

Formulių lapas: Vektoriai erdvėje**Vektoriaus radimas turint du taškus**

Turime du taškus: $A(x_1; y_1; z_1)$ ir $B(x_2; y_2; z_2)$. Tada vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ koordinatės:

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$$

Vektoriaus ilgio radimas

Turime vektorių $\vec{a} = (x; y; z)$. Tada vektoriaus $\vec{a}$ ilgis: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Veiksmai su vektoriais: sudėtis, atimtis ir daugyba iš skaičiaus

Turime vektorius $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Tada veiksmas su vektoriais:

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2) \quad k \cdot \vec{a} = (k \cdot x_1; k \cdot y_1; k \cdot z_1)$$

Atkarpos vidurio taško radimas

Turime du taškus: $A(x_1; y_1; z_1)$ ir $B(x_2; y_2; z_2)$. Tada vidurio taško $M(x; y; z)$ koordinatės:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

Vektorių skaliarinė sandauga

Turime vektorius $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Tada vektorių skaliarinė sandauga:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$$

Kampo tarp vektorių radimas

Turime vektorius $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Tada kampas tarp vektorių:

$$\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Jeigu $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ – kampas tarp vektorių yra smailus;

Jeigu $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ – kampas tarp vektorių yra bukas;

Jeigu $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ – kampas tarp vektorių yra statusis;

Jeigu kampas tarp vektorių lygus nuliui, tai vektoriai vienakrypčiai, jei 180° – priešpriešiai.

Dviejų vektorių statmenumo sąlyga

Du vektoriai yra statmeni vienas kitam, jei jų skaliarinė sandauga lygi nuliui.

Turime vektorius $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Vektoriai bus statmeni, kai:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$$

Dviejų vektorių kolinearumo sąlyga

Du vektoriai yra kolinearūs, jei jų koordinatės yra proporcingos.

Turime vektorius $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Vektoriai bus kolinearūs, kai:

$$\vec{a} = k \cdot \vec{b} \qquad \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

$k > 0$, tai vektoriai kolinearūs vienakrypčiai, kai $k < 0$, tai vektoriai kolinearūs priešpriešiai

Vektoriaus kėlimas kvadratu

Vektorius pakeltas kvadratu yra lygus jo ilgio kvadratui: $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$

Vektoriaus reiškimas trimis nekomplanariais vektoriais

Turime vektorius $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$, $\vec{c} = (x_3; y_3; z_3)$ bei $\vec{d} = (x; y; z)$. Jei norime $\vec{d}$ išreikšti kitais vektoriais, tada:

$$\vec{d} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + v \cdot \vec{c} \qquad \begin{cases} x = m \cdot x_1 + n \cdot x_2 + v \cdot x_3 \\ y = m \cdot y_1 + n \cdot y_2 + v \cdot y_3 \\ z = m \cdot z_1 + n \cdot z_2 + v \cdot z_3 \end{cases}$$

Trijų vektorių komplanarumo požymis

$\vec{c} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b}$ Jei m ir n – kurie nors skaičiai, tai vektoriai $\vec{a}, \vec{b}$ ir $\vec{c}$ komplanarūs.

Vektoriaus reiškimas ortais

Kiekvienas plokštumos vektorius vieninteliu būdu išreiškiamas vienetiniais vektoriais (ortais):

$$\vec{a} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

Pastaba. Atstumo tarp dviejų taškų radimas

Turime du taškus: $A(x_1; y_1; z_1)$ ir $B(x_2; y_2; z_2)$.

Tada atstumas tarp tų taškų bus lygus: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$